

AZ ARÁNYOSSÁGSZÁMÍTÁSI KÉSZSÉG KRITÉRIUMORIENTÁLT FEJLESZTÉSE 7. OSZTÁLYBAN

Varga József*, Józsa Krisztián és Pap-Szigeti Róbert*****

** Bányai Júlia Gimnázium, Kecskemét*

*** Szegedi Tudományegyetem, Neveléstudományi Intézet*

**** Kecskeméti Főiskola, GAMF Kar, Informatika Tanszék*

**** SZTE Neveléstudományi Doktori Iskola*

Az elmúlt évek hazai és nemzetközi vizsgálatai egyre inkább megerősítik a pedagógusokat és a kutatókat abban, hogy tanulóink tudásának minősége nem megfelelő. A minden napokban használható tudás hiányosságai a leggyakrabban emlegetett tünetek között szerepelnek. Emellett sokszor kerül szóba az alapkészségek, alapképességek nem megfelelő szintje is. A tudás minőségének problémái mellett a tanárok a tanulók növekvő motiválatlanságát, a tanulás iránt mutatott érdeklődés csökkenését is megfogalmazzák. Gyakran megfogalmazódó kérdés: vajon hogyan valósítható meg az alapkészségek, alapképességek hatékony fejlesztése? A készségfejlesztés ad-e annyi sikerélményt, motivációt a tanulóknak, hogy az lassítsa, esetleg megállítsa a tanulástól való elfordulást?

Tanulmányunkban az arányosságszámítás kritériumorientált fejlesztését megvalósító kísérletünk elméleti háttéréről, módszereiről, eredményeiről számolunk be. Röviden bemutatjuk a kritériumorientált képességfejlesztés feltételeit, lehetőségeit. Betekintést adunk az arányossággal, az arányos gondolkodás mérésével, fejlesztésével kapcsolatos kutatásokba. Kitérünk a tanulási motivációnak a képességfejlesztésben betöltött szerepére. Empirikus vizsgálatunkban kontrollcsoportos kísérleti elrendezés alkalmazásával hasonlítjuk össze fejlesztő kísérletünk eredményeit a hagyományos tanítás hatására lezajló fejlődéssel.

Kritériumorientált készség- és képességfejlesztés

Az iskolai oktatással szemben sokféle igény fogalmazódik meg a társadalom részéről. Elvárt, hogy a közoktatásból kikerülő tanulók képesek legyenek az önálló ismeretszerzésre, ismerjék a különböző tudományterületek alapelveit, megismerési módszereit, a hétköznapokban jól hasznosítható gyakorlati ismeretekkel és készségekkel is rendelkeznének (Csapó, 1998). Emellett az iskola közvetíti nemzeti kultúránkat, értékeinket, hagyományainkat.

Ahhoz, hogy az oktatás a fent megfogalmazott elvárásoknak meg tudjon felelni, bizonyos készségeket, képességeket minden tanulónál addig kell fejleszteni, amíg azok be

nem gyakorlódnak, el nem érik az optimális használhatóság szintjét. Azokat a készségeket, képességeket sorolhatjuk ezek közé, amelyeknek megfelelő fejlettsége nélkülözhetetlen más tudáselemek elsajátításához, a személyiség fejlődéséhez. Ilyenek például az elemi alapkészségek, mint például a beszédhanghallás, elemi számolás (Nagy, Józsa, Vidákovich és Fazekasné, 2004a), vagy az olvasás (Józsa, 2006).

A formálódóban lévő kritériumorientált pedagógia eszközei lehetőséget teremtenek arra, hogy az alapvető fontosságú készségek, képességek esetén meghatározzuk a fejlesztendő összetevők körét és azt, hogy mikor tekinthetjük megfelelőnek az elért fejlettségi szintet (Nagy, 2000b, 2003b, 2007). A hazai kutatások már számos kognitív készség és képesség összetevőit, fejlődési jellemzőit feltárták (Nagy, 2003a, 2004, 2006; Nagy, Józsa, Vidákovich és Fazekasné, 2004a). Rendelkezésre állnak olyan fejlettségvizsgáló eszközök is, amelyek adott készségek esetén közvetlenül segíthetik a pedagógusok fejlesztő munkáját (Nagy, Józsa, Vidákovich és Fazekasné, 2004a). A kritériumorientált szemléletű fejlesztőkísérletek eredményei (Józsa, 2000; Fazekasné, 2000, Józsa és Zentai, 2007) megmutatták, hogy az eredményes iskolakezdéshez szükséges alapkészségek jól fejleszthetők. Egy jelenleg is zajló kísérletben ötödikes-hatodikos tanulók tanulási képességeinek kritériumorientált fejlesztésével foglalkozunk. A fejlesztés módszereiről szól Pap-Szigeti Róbert, Zentai Gabriella és Józsa Krisztián (2006) tanulmánya. E kísérlet első eredményei megmutatták: a tanulási képességek tantárgyi tartalmakhoz kapcsolódóan eredményesen fejleszthetők (Józsa, 2005; Pap-Szigeti, 2007).

A kritériumorientált megközelítés e készségek fejlesztése szempontjából azt jelenti, hogy a tanulók készségének, képességének aktuális fejlettségét nem osztálytársai, évfolyamtársai fejlettségi szintjéhez, vagy valamely populáció átlagához viszonyítjuk, hanem az elérni kívánt fejlettségi szinthez. Ahhoz, hogy ezt megtehessük, ismernünk kell a készség, képesség összetevőinek rendszerét. Ha az összetevők mennyisége véges, vagy megadható az összetevőknek olyan véges köre, amellyel a készség, képesség működése biztosítható, akkor meghatározhatjuk a fejlesztés kritériumait, azaz azokat az értékeket, amelynek elérésekor a fejlesztést eredményesnek mondhatjuk. A kritériumok meghatározhatják (1) az elsajátítandó elemek körét, (2) a begyakorlottság elérendő szintjét, amelyet általában – Nagy József kifejezésével – az antropológiai optimum szintjéhez viszonyítunk, (3) az elsajátítás tartósságát, (4) a szabályozási szintet (Nagy, 2000a, 2003a). A kritériumorientált értékelés tehát nemcsak az aktuális fejlettség megismerésében nyújt segítséget, hanem kijelöli a továbbfejlesztendő területeket is.

A kritériumorientált fejlesztés során „aktuális fejlettség mutatói és a kritériumokhoz viszonyított különbségek ismeretében a fejlesztés mindaddig folytatódik, amíg e különbségek meg nem szűnnek, vagyis amíg az optimális elsajátítást, az optimális begyakorlottságot el nem érjük”. (Nagy, 2000b, 267. o.) Az alapvető fontosságú készségek, képességek esetén valóban elvárható lenne az iskolától, hogy fejlesztésüket ne csak a jelenlegi tantervek által előírt tanegységben, tanévben végezze, hanem a készség, képesség optimális, állandósult működéséig.

A fejlesztésben fontos szerepet játszanak az *elsajátítási motívumok*. Ha a fejlesztő feladatok a tanulók aktuális fejlettségi szintjéhez igazodnak, biztosítják az optimális kihívóerőt, akkor aktivizálhatják az elsajátításra irányuló késztetést. Ez a motívum mindaddig működhet, hajtóerőt adhat, amíg a cél (a készség működtetése) elérése kissé bi-

zonytalan. A készség teljes begyakorlásakor megszűnik a készség elsajátítására vonatkozó késztetés, viszont a készség biztos működéséből adódó sikerélmények visszahatnak az elsajátítási motívum és az énkép fejlődésére (Józsa, 2000, 2001, 2002a, 2007).

A pozitív tanulási énkép szintén fontos a fejlesztés szempontjából. A tanuló énképe alapján vetíti előre, hogy mennyire lehet sikeres egy adott tanulási helyzetben. Más motívumokkal együtt ez is alapja lehet annak a döntésnek, hogy érdemes-e energiát fektetnie a feladatba. A jól megválasztott feladatok nemcsak a képességek fejlődését biztosítják, hanem a rendszeres sikerélmény biztosításával az adott tantárgyhoz kapcsolódó énkép, attitűd alakításában is szerepet játszanak (Józsa, 2002b).

Az arányosság számítás készségei, az arányos gondolkodás

Az arányos osztást, az arányszámítást, a mértékváltást, az arányosságok kezelését, a százalékszámítást összefoglalóan *arányosság számítási* készségnek nevezzük. Az arányosság számítás tudásunk, képességeink fejlődésének fontos pillére. E készségek a matematika számos területe mellett nemcsak más tantárgyak tanulásában játszanak fontos szerepet, hanem a mindennapokban is gyakran szükséges tudatos vagy önkéntelen használatuk. Az arányosság számításnak fontos előfeltétel-készségei vannak, melyek optimális elsajátítása nélkül az arányosság számítási készség fejlődése, fejlesztése nehézkes. Ilyen előfeltétel készség például az elemi számolás és alapszámítási számolás, a törtek fogalma.

Az arányosság számításnak a matematikatörténeti előzménye az ókorig nyúlik vissza. Az irracionális szakaszok hosszának törtekkel való közelítése és a törtekkel kapcsolatos egyszerű műveletek már az ókori keleti államokban megjelentek. A hányados, az arány fogalma *Euklidész*nél is szerepet játszik a geometriai problémák megoldásában, majd *Al-Hvárizmi* értelmezi újra az indiai matematika nyomán, és mutatja meg, hogy a törtekkel való műveletvégzés algoritmizálható (Davis, 2003; Sain, 1986). *Al-Hvárizmi* munkái nagy hatást gyakoroltak az európai matematika fejlődésére, az újkori iskola oktatása is egyre inkább a törtekkel való, egyszerűen tanítható műveletvégzésre, nem pedig az arányos gondolkodás elsajátítására helyezte a hangsúlyt.

Az arányosság *Piaget* szerint a kapcsolatok közötti kapcsolat (*Inhelder* és *Piaget*, 1967). A legegyszerűbb, tapasztalati formájában – sok más fontos készség, képesség tapasztalati szintjével együtt – már óvodáskorban kezd kialakulni. *Singer-Freeman* és *Goswami* (2001) 3–4 éves kisgyermekkel végzett kísérletében a gyerekek által kedvelt ételeket (pizzát és csokoládét) használt mértékegységként. A gyermekeknek arányos megfeleltetést kellett végezniük, a kísérletvezető által bemutatott arányossági feladatra (pl. egy teljes pizza felének elvételére) adott megfelelő választévkészséggel (a csokoládé felének elvételével). Tapasztalatuk szerint már ebben az életkorban is sok kisgyermek képes egyszerű arányok megfeleltetésére ismert tárgyakkal, bár a diszkrét mennyiségek (darabszám) alapján történő megoldásban kevésbé voltak sikeresek, mint folytonos mennyiségek esetén. *Hunting* (2003, idézi *Davis* 2003) megerősíti, hogy a 3–4 évesek is viszonylag fejlett készséggel rendelkezhetnek a rész-egész viszony numerikus kifejezésére. A 6–7 évesek többsége már egyszerű geometriai alakzatok esetén is sikerrel oldja meg az arányos analógia feladatait (*Goswami*, 1989).

A formális iskolai oktatásban viszonylag korán sor kerül az egész részeinek elnevezésére, a törtfogalom előkészítésére. Az alsó tagozatos munkafüzetekben gyakori feladat az egész adott részeinek különböző módokon való kialakítása geometria alakzatokon és tárgyak képein, az egész részeinek összehasonlítása. Megjelennek az első mértékegységek, az ezek átváltásával kapcsolatos feladatok, az egész arányú nagyítások és kicsinyítések kivitelezése négyzettrács segítségével.

A hazai oktatásban a 6. osztályban kerül sor az arányos osztás, az egyenes és a fordított arányosság és a százalékszámítás formális tanítására. Ezt megelőzi a törtekkel való műveletek megismerése, amelyeknek begyakorlására általában nagy hangsúlyt fektet az iskola. A törtfogalom és az arányfogalom azonban nem feltétlenül kapcsolódik össze a tanulók mentális reprezentációiban (Clark, Berenson és Cavey, 2003).

A tanítási tapasztalatok azt mutatják, hogy az arányokkal való műveletvégzés nem feltétlenül igényel arányos gondolkodást, hiszen számos esetben alkalmazható a feladat megoldásához olyan algoritmus, amellyel az arányos gondolkodás megkerülhető. A múlt század második felének oktatásában is gyakran találkozhattunk a „kültagok szorzata egyenlő a beltágok szorzatával” szabályhoz hasonló, könnyen megjegyezhető receptekkel. Nabors (2003) azonban megmutatja, hogy a törtekkel, arányokkal kapcsolatos biztos sémák nem elegendők az arányos gondolkodás jó működéséhez.

Az arányos gondolkodás diagnosztikus értékelésére Misailidou és Williams (2003) modern tesztelméleti eszközök segítségével kialakított itembankja 10–13 éves tanulók teszteredményeinek vizsgálata alapján készült. A diagnosztikus teszteredmények interpretációjának megkönnyítésére strukturált tanulói interjúkat végeztek. Ezek alapján olyan rövid mérőeszközöket igyekeztek kialakítani, amelyek segítenek a pedagógusoknak beazonosítani a tanulók aránnyal és arányossággal kapcsolatos tévképzeteit, azokat a hibás stratégiákat, amelyeket a tanulók az arányossági feladatokban használnak. A tanulói teljesítmények és a tipikus hibák alapján az arányos gondolkodás fejlettségét kifejező tapasztalati hierarchiát alakítanak ki, amely erős hasonlóságot mutat a DIFER-ben (Diagnosztikus Fejlődésvizsgáló Rendszer, Nagy, Józsa, Vidákovich és Fazekasné, 2002, 2004a, 2004b) használt kritériumorientált megközelítés fejlettségi szintjeihez.

A feltáró vizsgálatok és a tanári tapasztalatok egyaránt azt mutatják, hogy az arányossággal kapcsolatos készségek és az arányos gondolkodás fejlesztése fontos feladat. Fujimura (2001) negyedik osztályosokkal végzett rövid beavatkozásának eredménye arra hívja fel a figyelmet, hogy az arányos gondolkodás fejlesztése az egyes tanulóknál a tanulók aktuális gondolkodási módjától, stratégiáitól függően teljesen eltérő megközelítést igényelhet.

Az arányos gondolkodás, az arányokkal, százalékokkal, arányos mennyiségekkel való számolás fejlesztésére probléma-alapú megközelítést használt Ben-Chaim, Fey, Fitzgerald, Benedetto és Miller (1997). Hetedikes tanulókkal folytatott kísérletükben nem a törtekkel, arányokkal való műveletvégzés és a problémamegoldás módszereit tanították meg, hanem reális vagy kitalált, de arányos gondolkodást és műveletvégzést megkívánó problémák kollaboratív megbeszélésére és megoldására, majd a megoldás megvitatására adtak lehetőséget a tanulóknak. Eredményeik szerint a fejlesztés hatására megnőtt a rugalmasabb és szélesebb körben használható stratégiákat kialakító tanulók száma. Ugyanakkor csak a helyesen gondolkodók között volt nagyobb azoknak a fejlesztett ta-

nulóknak az aránya, akik a műveleteket is pontosan végezték el, ami arra utal, hogy az arányos gondolkodás és az arányokkal, törtekkel való műveletvégzés fejlődése erősen összefügg.

A jelen tanulmányban bemutatott kísérletünkben arra törekedtünk, hogy az arányosság számítás készségeit az iskolai oktatás kereteit felhasználva, a matematika tantárgy tartalmába ágyazva fejlesszük.

A fejlesztő kísérlet bemutatása

Az empirikus vizsgálat célja

Az arányosság számítást azok közé a készségek közé soroljuk, amelyek alapvető fontosságúak a további készségek elsajátítása, ismeretek megszerzése során. E készségek optimális elsajátítása minden tanuló esetében célként tűzhető ki. Az arányosság számítás összetevőinek meghatározásához kiinduló pontnak tekintettük a tantervi elvárásokat (NAT, 1995). A minimumkövetelmények – bár explicit módon nem határozzák meg – körülhatárolják az arányosság számítás részkészségeit. Úgy véljük, hogy a tantervi minimumkövetelmények lefedésével definiálhatóak az arányosság számítás részkészségei.

Az arányosság számítás összetevői, részkészségei értelmezésünkben a következők: arány kiszámítása, arányos osztás, egyenes és fordított arányosság, százalékszámítás, a legfontosabb mennyiségek mértékegységei közötti átváltás. Az arányok ismeretéhez nagyon szorosan kapcsolódnak a mértékek, a mértékváltás. A százalékszámítás nem más, mint egy speciális arányú arányszámítás. E készségek mérésére készítettünk kritériumorientált tesztet. Kísérletünkben e készségek fejlesztését végeztük.

A gyerekek a felső tagozat első három évében teljes egészében megismerkednek az arányosság számítással, a részkészségeit sokat gyakorolják az évek során, de a kívánatos szintet legtöbbször nem érik el. Így az arányosság számítás többnyire nem segíti sem a matematika más területeinek, sem más tárgyaknak a sikeres tanulását.

A kísérletben az arányosság számítás alkalmazását kívántuk fejleszteni, a szabályismeretet direkt fejlesztése nem volt cél. Az arányosság számítás fejlesztésére egy nyolc hetes, matematikai tartalmakon működtetett kísérletet szerveztünk. A kísérletben 7. osztályos tanulók vettek részt, akiknek a program napi 8–10 perces leterheltséget jelentett. Kutatásunkban a fejlődés mértékét, valamint az optimális begyakorlottságot elérő tanulók arányát elemezzük. A fejlődést és az optimum elérését az előírt szabályhasználat szintjén vizsgáljuk (lásd Nagy, 2000a). Ezen a szinten a tanulók többnyire tisztában vannak a készségek alkalmazási szabályaival.

A vizsgálat mintája

A fejlesztés hatásának vizsgálatára kontrollcsoportos kísérleti elrendezést alkalmaztunk. A vizsgálatban egy nagyváros és környékének iskolatársulásából kilenc általános iskola vett részt, három környező település iskoláiból 11, hat nagyvárosi iskolából 18

osztály. A kísérleti csoportot összesen 18 osztály 209 hetedik osztályos tanulója alkotta, közülük 96 volt fiú. A kontrollcsoport 11 osztály 129 tanulójából állt (ebből 73 volt fiú).

Az alkalmazott mérőeszközök, a mérések lebonyolítása

Fentebb szoltunk arról, hogy a tantervi követelmények alapján határoztuk meg az arányosságszámítás részkészségeit. A kísérlet során használt tesztek úgy állítottuk össze, hogy valamennyi részkészségre, készségelemre tartalmazzanak feladatot. A tesztek két változatban készültek, amelyek csak a feladatok sorrendjében és numerikus adataikban különböztek. Mindkét teszt 19 feladatból, együttesen 52 itemből áll. A két tesztváltozatot a tanulók között véletlenszerűen osztották ki a szaktanárok. Az elő- és utómérés során ugyanazt a tesztet oldották meg a tanulók.

Az első 17 feladat (39 item) a részkészségeket a tantervi minimum szintjén méri egyszerű szövegkörnyezetben. Például: „Írd be a pontozott helyre választ! 45 kg tejből 270 dkg vaj készíthető, ami a tejnek.....%-a.” A tesztekben csak azokra a mértékváltásokra található külön feladat, amelyekre a feladatokban is szükség van: a hosszúságra, tömegre és az időre. Így lehetőség nyílik annak vizsgálatára, hogy a feladatmegoldás sikeretelensége milyen összefüggésben van a mértékváltás begyakorlottságával, illetve annak hiányával. A tanulmány további részeiben ezt a három összetevőt együtt nevezzük mértékváltásnak.

A tesztek utolsó két feladata közül az egyik a százalékszámítás kétszeri alkalmazását és értelmezését kérte számon, ami túlmutat a Nemzeti alaptanterv minimumkövetelményein. A másik feladat (többszörös arányos osztás) is minimum feletti követelményt vizsgál, mivel két különböző mennyiség (életkor, pénzösszeg) összehasonlító elemzésén alapul, amihez még a megoldások számának diszkussziója is hozzátartozik. Ezért ennek a két feladatnak az itemeit a készség kritériumorientált fejlesztésének hatásvizsgálatába nem vontuk be. Külön elemezzük, hogy milyen hatással van a fejlesztés az összetett feladatok megoldására, amihez a készség előíró szabályszerű működése már nem elég, mert a feladat megoldása megkívánja az értelmező, elemző szabályozást is (Nagy, 2000a).

Az arányosságszámítás teszt mellett a tanulók egy kérdőívet is kitöltöttek. Ez a tanulók tanulási szokásait, tanulási motívumait vizsgálta és különböző háttéradatokat vett fel. A tanulási motívumok közül elsősorban a matematika énképet és a matematika iránti attitűdöt mértük.

A tesztet a tanulók a fejlesztés előtt, majd azt követően azonos körülmények között töltötték ki. Az elő- és az utómérés között nyolchetes fejlesztő kísérlet zajlott. A kérdőív felvételére az előméréssel egyidejűleg került sor.

A tanárok a fejlesztő munka során figyelemmel kísérték a tanulók szorgalmát, kitarását, affektív viszonyát, eredményességét a programban. A gyermekeket e szempontok alapján a kísérlet lezárásakor kérdőíven értékelték.

Az arányosság számítás fejlettségének mérésére alkalmazott teszt

Az arányosság számítás optimális használhatóságának eléréséhez az alábbi műveletek begyakorlódása szükséges:

- Mennyiségek egészrészének, törtrészének kiszámítása. A mértékváltás szükségességének felismerése, a helyes mértékváltás elvégzése.
- Az arányosság típusának felismerése, az aránypárok egyenlőségének felírása, a kérdéses mennyiség kiszámítása.
- Az „egység” kiszámítása az arányok ismeretében, a részek meghatározása.
- A hiányzó adat (százalékérték, százalékkláb, százalékalap) felismerése, kiszámítása.

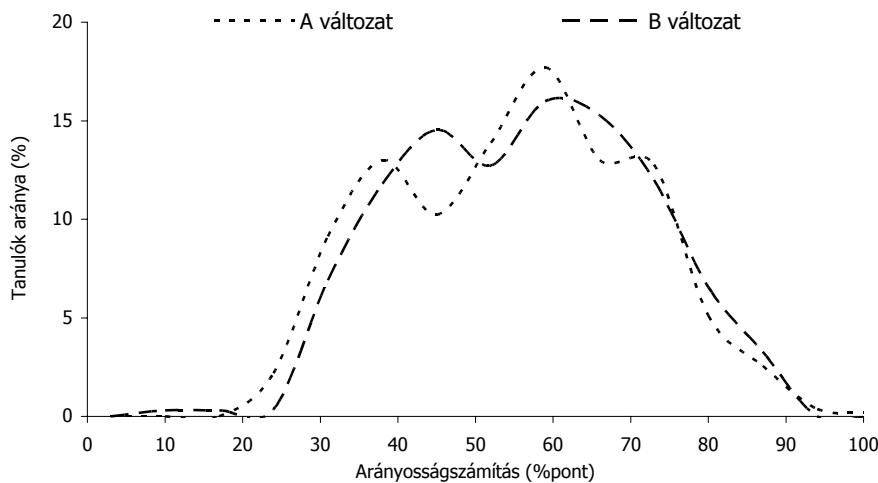
Az arányosság számítási készség vizsgálatára használt két tesztváltozat – mint azt korábban jeleztük – csak a feladatok sorrendjében és numerikus értékeikben különbözött egymástól. A tartalmi validitást a részkészségek lefedése, a tanterv minimumkövetelményeinek leképezése biztosítja. A tesztek megbízhatóságának becslésére alkalmazott Cronbach- α értéke az „A” és a „B” tesztváltozat esetén egyaránt 0,94 (teljes teszt, 52 item). Az arányosság számítás kritériumorientált értékelése során – lásd az előző egységben erről írtakat – a teszt utolsó két feladatát nem vettük figyelembe. Ezek nélkül az „A” és a „B” tesztváltozat 39 itemből áll, reliabilitásuk 0,93.

Az 1. táblázat tartalmazza az arányosság számítás részkészségeihez tartozó feladat-elemek rendszerét, azok reliabilitását a kísérleti és a kontrollcsoport esetén, az előmérés alapján. Zárójelben azok az itemszámok szerepelnek, melyek a minimum követelménynél magasabb szinten mérték a készség működését. A részkészségek fejlettségét 6–10 item méri, kivéve a fordított arányosságot, amihez csak három item tartozik. A részkészségek reliabilitásmutatói a kísérleti-, és a kontrollcsoportra, valamint ezekre együtt nagyon hasonló értékeket adtak, amik a teljes teszt 0,94 értékétől csak 1–2 tizeddel kisebbek. Az egyenes arányosság esetén 0,6 a megbízhatósági mutató, ami az itemek magas megoldottságának, alacsony szórásának köszönhető. A fordított arányosság esetén a kevés item ellenére is 0,8 fölötti érték adódott, ami a közepes megoldottság, közepes szórás következménye.

1. táblázat. A részkészségek itemszáma és reliabilitása

Rész-készségek	Itemek száma	Reliabilitás (Cronbach- α)		
		Kísérleti	Kontroll	Együtt
Arányszámítás	8	0,71	0,70	0,78
Mértékváltás	10	0,83	0,83	0,85
Egyenes arányosság	6	0,60	0,60	0,66
Fordított arányosság	3	0,84	0,73	0,82
Arányos osztás	7 (6)	0,84	0,89	0,92
Százalékszámítás	9 (6)	0,78	0,77	0,83
Teljes teszt	52 (13)	0,94	0,93	0,94

Az A változat átlaga 49%p, szórása 22%p; a B változat átlaga 50%p, szórása 22%p; a két változat statisztikai összehasonlítása: $F = 0,075$, $p = 0,785$; $t = -0,726$, $p = 0,468$. A tesztváltozatok átlaga és szórása között nincs szignifikáns különbség, a teljesítményeloszlások alakja hasonló (1. ábra) Az arányosság számítás teszt két változatát tehát ekvivalenseknek tekinthetjük, így az „A” és „B” változat azonos elmeinek egyesítése elvégezhető. A két tesztváltozat azonos jellegű (csak számadataiban eltérő) feladatait összevontuk, a további elemzéseket ennek alapján végeztük.



1. ábra

Az arányosság számítás két ekvivalens változatának eloszlása az előmérésben

Az arányosság számítás készségének fejlesztése

Az előmérés eredményeinek felhasználása a fejlesztésben

Az előmérés adatai diagnosztikus képet adtak a részkészségek fejlettségéről, megmutatták, hogy mely részkészség fejlődésében hol tart a tanuló. A 2. táblázatban megadott formában visszajelzést adtunk a fejlesztést végző kollégáknak a tanulók előmérésén elért eredményéről. Az összpontszám – az arányosság számítás fejlettségének átfogó mutatója – alapján a tanulókat három szintbe soroltuk be. Az I. szintbe a 0-50 (72 tanuló), a II-ba a az 51-74 közötti (85 tanuló), a III-ba 75 %p-nál jobb eredményt elért tanulókat soroltuk (52 tanuló).

2. táblázat. A tanulók teljesítménye részkészségekenként (%p)

Tanuló	Osz- tály	Analitikus				Átfogó		
		Arány- számítás	Mérték- váltás	Egyenes arányos- ság	Fordított arányos- ság	Arányos osztás	Százalék- számítás	Összpont- szám
1. J. O.	7. a	100	67	50	0	46	64	62
2. K. A.	7. a	100	100	100	67	79	93	91
3. Ny. B.	7. a	17	17	83	0	8	14	19
4. B. E.	7. b	67	67	83	0	62	64	60

A fejlesztés programja, módja, eszközei

A fejlesztés stratégiájának a tartalomba ágyazott direkt módszert választottuk, a fejlesztés eszközeit ennek alapján készítettük el. A kísérlet nyolc héten keresztül folyamatosan tartott. A fejlesztés kezdetekor a tanulókhoz eljuttattunk egy levelet, ami a matematika ezen területének fontosságára hívta fel a figyelmet. A levélben bemutatott konkrét példákkal érdeklődésüket, motiváltságukat kívántuk növelni.

A tanulók minden hétre a készségük kezdeti fejlettségének, az előmérés alapján megállapított szintjüknek megfelelő optimális nehézségű feladatokat kaptak. Ha a tanár úgy látta, hogy bizonyos feladatok így is túl nehezek vagy túl könnyűek a tanulónak, akkor más szinthez tartozó feladatokat jelölt ki. Emellett a tanuló is szabadon választhatott magának feladatokat más szintből. Ez a technika segítette, hogy a tanulók elsajátítási motivációja a legerőteljesebb legyen a fejlesztő program során.

A fejlesztést segítő feladatlapok elkészítésekor ügyeltünk arra, hogy minden feladatlapban lehetőleg minden részkészség működtetésére legyen feladat; a feladatok minél szélesebb tárgykörben, változatos szövegek környezetben jelenjenek meg. A feladatlapok minden héten tartalmaztak azonos feladatokat, amelyek sikeres megoldása motiválhatja a gyengébben teljesítő tanulókat. A többi feladatnál arra ügyeltünk, hogy a feladatok lehetőleg megfelelő kihívó erővel bírjanak, hogy működjön az elsajátítási motiváció. Az első és második szint feladatlapjaiba fokozatosan beépültek a harmadik szint feladatai. A feladatlapok a kísérlet alatt folyamatosan készültek, összeállításuknál a fejlesztést végző tanárok észrevételeit, javaslatait is figyelembe vettük.

A heti rendszerességű feladatlapok feldolgozása a kísérletben részt vevő kollégákkal való egyeztetés alapján történt. A feladatlapok minden héten tíz feladatot tartalmaztak, általában napi nyolc-tíz perc munkát igényeltek a tanulóktól. A hét első óráján a tanár az egyéni sajátosságok, a részkészségek fejlettsége alapján kijelölte a személyre szóló feladatokat, ügyelt arra is, hogy a tanulók elfoglaltsága egyenletes legyen. A tanulók kapott feladatokat otthon önállóan dolgozták fel, majd a következő órán néhány percben sor került a problémák megbeszélésére, és a megoldások ellenőrzésére.

Eredmények

Az arányosságsszámítás fejlesztésében résztvevő tanulókat az előmérés adatai alapján három fejlettségi szintbe soroltuk (lásd a korábban erről írtakat). A kísérleti mintába tartozó tanulók arányosságsszámítási készségének átlaga az előmérésben magasabb volt, mint a kontrollcsoporté. A kontrollcsoportban az előmérés alapján mindössze 8 tanuló sorolódott a III. szintbe. Ez okból a kísérleti- és a kontrollcsoportot úgy illesztettük, hogy az összehasonításnál, a kísérleti hatás elemzésénél a kontrollcsoportból elhagytuk azokat a tanulókat (8 fő), akik az előmérésben elérték a III. szintet. Az I. és II. szintbe tartozó tanulók kísérleti indulószintjének eloszlása, átlaga és szórása egyezett a kontrollcsoportéval. Az elemzések során tehát minden esetben az I. és II. szint tanulóinak eredményeit hasonlítjuk össze a kontrollcsoport tanulóinak eredményeivel. Emellett a kísérletben résztvevő, III. szintbe sorolt tanulók (az előmérésben legjobban teljesítők) fejlődését is bemutatjuk tanulmányunkban.

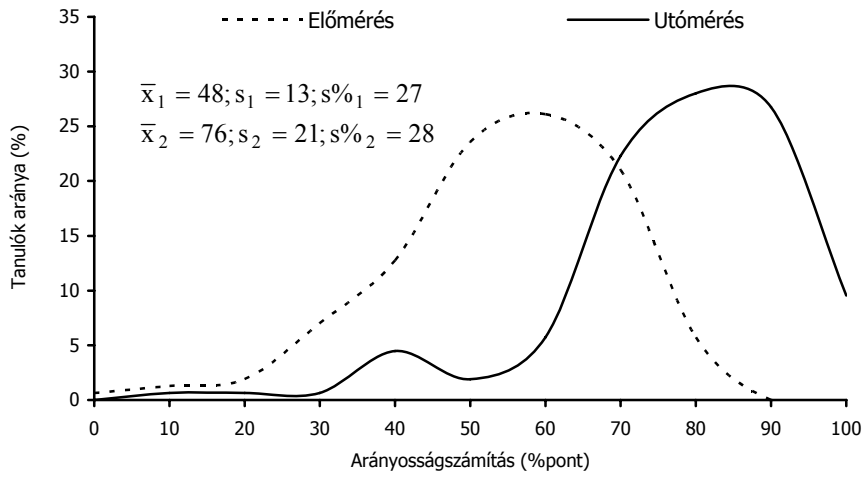
Az arányosságsszámítás kritériumorientált tesztje a részkészségek elemi működési szintjét vizsgálja. A készség optimális elsajátítása esetén minden feladatot meg kell tudni oldani a tanulóknak. Ez azt jelenti, hogy a teszteredményeket – a készség optimális begyakorlottsága esetén – csak a véletlen hibázás, tévesztés ronthatja, ami becslésünk szerint legfeljebb 10% lehet. Ez alapján az elsajátítás kritériumának a 90 %pontot tekintjük.

Az arányosságsszámítás készségének eredményei a két mérés alapján

A hat részkészség együtt alkotja az arányosságsszámítás készségét, aminek az elő- és utóméréshez tartozó eloszlását a 2. és a 3. ábra mutatja. Az előmérés eredményei jól közelítik a normális eloszlást. Az utómérésben a kísérleti csoport gyakorisági görbéje erősen jobbra aszimmetrikussá válik, a módusz 90%ponthoz közeli lesz úgy, hogy a relatív szórás (27 ill. 28%) lényegében nem változik. A kontrollcsoportnál ez az eltolódás lényegesen kisebb mértékűnek adódik, a módusz 65%pont körüli értéket vesz fel, a relatív szórás 5%-kal nő.

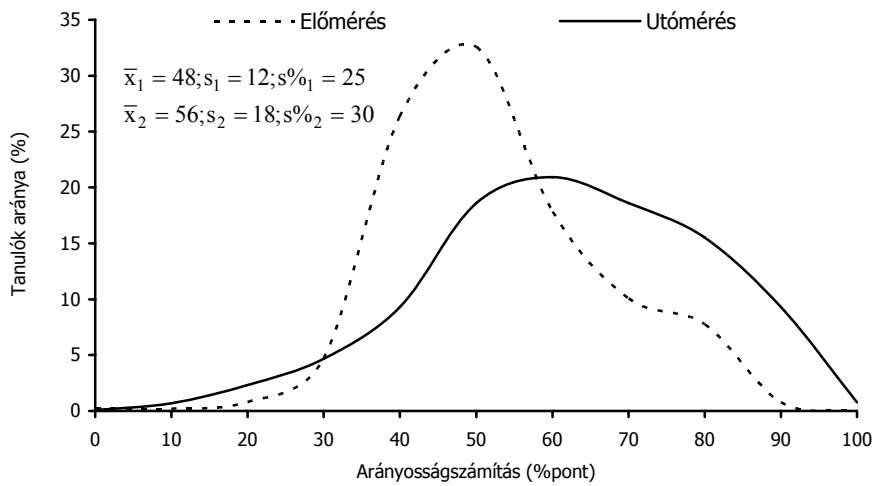
A 3. és a 4. táblázat mutatja, hogy az arányosságsszámítás 90%p-os kritériumát az előmérésben összesen nyolc tanuló érte el, ami a fejlesztett csoport 4%-át jelenti. A második mérésben a fejlesztett tanulók 45%-a teljesített 90%p felett. Ezen belül az I. és a II. szint tanulóinak 33%-a, míg a kontrollcsoport esetén a tanulók 10%-a érte el ezt a szintet.

Az arányosság számítási készség kritériumorientált fejlesztése 7. osztályban



2. ábra

Az arányosság számítás eloszlása az elő- és utómérés során a kísérleti csoportban



3. ábra

Az arányosság számítás eloszlása az elő- és utómérés során a kontrollcsoportban

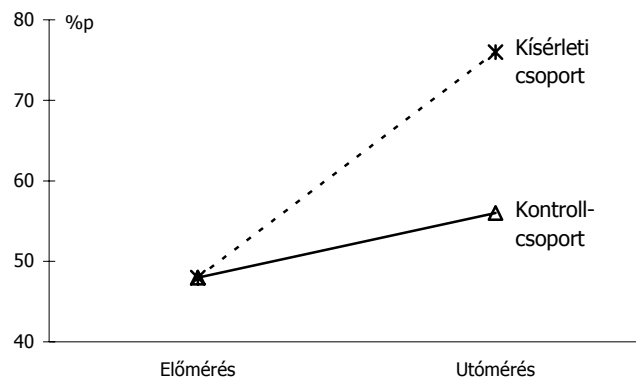
3. táblázat. A kritériumot (90 %p-ot) elérő tanulók száma szintenként

Kritérium: 90%p	I. szint	II. szint	III. szint
Előmérés	–	–	8
Utómérés	13	40	43

4. táblázat. A kritériumot (90 %p-ot) elérő tanulók aránya a kísérleti- és a kontrollcsoportban (%)

Kritérium: 90%p	Kísérleti csoport	Kontroll csoport
Előmérés	0	0
Utómérés	33	10

Az kísérleti csoport (I. és II. szint) és a kontrollcsoport fejlődését a 4. ábra hasonlítja össze. Az utómérésnél a kísérleti és kontrollcsoport átlagának különbsége szignifikáns ($t=4,04$; $p<0,01$); fejlesztés hatásmérete $\sigma=0,48$.

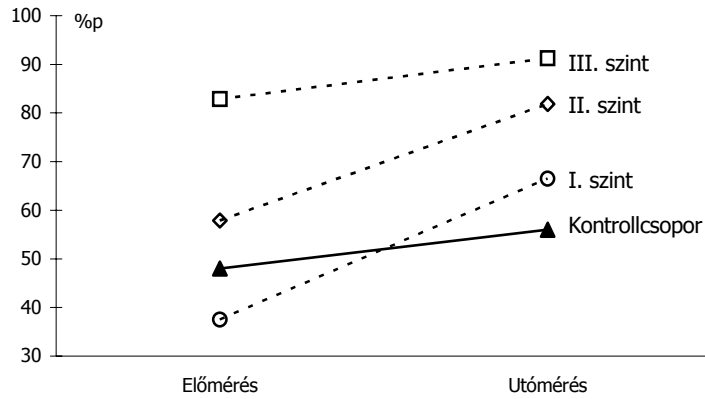


4. ábra

Az arányosságszámítási készség fejlődése a kísérleti időszak alatt

A fejlődés szintenkénti elemzése szerint (5. ábra) a fejlődés az I. szintnél volt a legnagyobb ütemű. Az előmérésben I. szintbe tartozó kísérleti gyermekek az átlagos teljesítménye 10%p-tal kisebb volt, mint a kontrollcsoporté, de a kísérlet végén már ők mutattak 10%-tal jobb eredményt. A II. szint átlaga is közelebb kerül a III. szintéhez, a III. szint tanulójánál már jelentkezett a plafoneffektus. Az összes fejlesztett tanuló (a III. szint tanulóit is figyelembe véve) átlaga lényegében teljes azonosságot mutat a II. szintével.

Az arányosság számítási készség kritériumorientált fejlesztése 7. osztályban



5. ábra

Az arányosság számítás fejlődése a kísérleti csoportban szintenként és a kontrollcsoportban

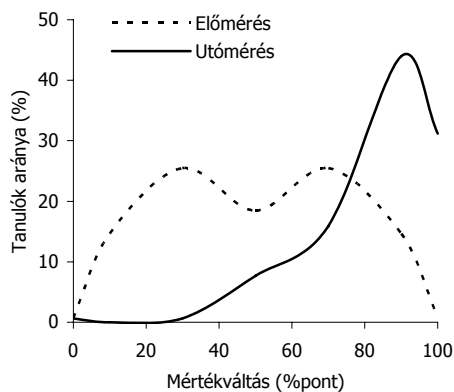
Az arányosság számítás összetevőinek változása

A fejlesztés időszakában mind a kísérleti-, mind a kontrollcsoport jelentős fejlődést mutatott az arányosság számítás valamennyi összetevőjében (5. táblázat). Ez alól csak a fordított arányosság kivétel, amelyben a kontrollcsoport teljesítménye gyakorlatilag nem változott. A kísérleti csoport (I. és II. szint együtt) fejlődése minden összetevő esetén jelentősen meghaladta a kontrollcsoportét, a kísérleti- és kontrollcsoport átlagának különbsége minden esetben 99%-os valószínűségi szinten is szignifikáns. A hatásméretetek 0,39 és 1,06 között vannak.

5. táblázat. Az arányosság számítás részkészségeinek fejlődése

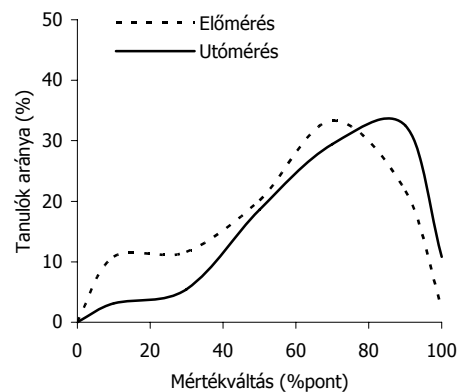
Összetevő		Kísérleti csoport			Kontrollcsoport			Hatás-méret
		Átlag (%p)	Szórás (%p)	Rel. szó-rás (%)	Átlag (%p)	Szórás (%p)	Rel. szó-rás (%)	
Arány-számítás	Előmérés	56	26	46	53	26	49	0,39
	Utómérés	79	22	28	66	25	38	
Mérték-váltás	Előmérés	50	26	52	59	25	43	1,06
	Utómérés	85	16	19	72	22	31	
Egyenes arányosság	Előmérés	69	23	33	68	21	31	0,41
	Utómérés	83	17	20	74	20	27	
Fordított arányosság	Előmérés	26	36	138	28	34	121	0,51
	Utómérés	43	43	100	27	36	133	
Arányos osztás	Előmérés	36	17	47	33	20	61	0,76
	Utómérés	66	24	36	47	25	53	
Százalék-számítás	Előmérés	49	20	41	45	24	53	0,79
	Utómérés	75	23	31	50	27	54	

A fordított arányosságot három item mérte. A relatív szórások nagyon magasak (mindkét csoport mindkét mérésében legalább 100%-osak), és csak kismértékben változnak a két mérés között. A fejlesztésnek a mértékváltásra gyakorolt hatását jól mutatja a 6. és a 7. ábra: a kísérleti csoport bimodális teljesítmény-eloszlásából egy erősen jobbra aszimmetrikus eloszlás lett, míg a kontrollcsoportnál az eloszlás jellege lényegesen nem változott.



6. ábra

A mértékváltás teljesítmény-eloszlása a két mérésben, a kísérleti csoportban



7. ábra

A mértékváltás teljesítmény-eloszlása a két mérésben, a kontrollcsoportban

A kísérleti csoport teljesítmény-eloszlásának jelentős változása a többi összetevő esetén is megfigyelhető, bár a mértékváltás változásánál kisebb mértékű. A teljesítmények eloszlásának változását az is érzékelteti, hogy a kísérleti csoport mindhárom kategóriájában jelentősen megnőtt a kritériumot elérő tanulók száma (6. táblázat). A kísérleti mintában (I. és II. szint együtt) a fejlesztett tanulók közül részkészségenként 2,5–4-szer annyi tanuló érte el a 90%-os kritériumot, mint a kontrollcsoportban (7. táblázat).

A fejlesztés hatása a magasabb szabályozási szintre

A kísérlet hatásának vizsgálatát az előzőekben kritériumorientált szemlélettel, a tantervi minimumkövetelményekből kiindulva elemeztük. A teszt utolsó két feladata a százalékszámítás és az arányos osztás értelmező szabályhasználatát kívánja meg. Az eredmények azt mutatják, hogy a fejlesztés ebben az esetben is szignifikáns hatású volt (8. táblázat).

6. táblázat. Az összetevők kritériumát (90 %p) elért tanulók aránya szintenként (%)

Rész-készség		I. szint	II. szint	III. szint
Arányszámítás	Előmérés	0	4	29
	Utómérés	22	38	50
Mértékváltás	Előmérés	3	17	47
	Utómérés	54	68	68
Egyenes arányosság	Előmérés	3	3	32
	Utómérés	26	32	43
Fordított arányosság	Előmérés	4	21	43
	Utómérés	22	42	53
Arányos osztás	Előmérés	0	0	0
	Utómérés	19	31	35
Százalékszámítás	Előmérés	0	6	58
	Utómérés	19	61	61

7. táblázat. Az összetevők kritériumát (90 %p) elért tanulók aránya (%)

Rész-készség		Kísérleti csoport	Kontroll-csoport
Arányszámítás	Előmérés	2	2
	Utómérés	27	8
Mértékváltás	Előmérés	9	11
	Utómérés	56	26
Egyenes arányosság	Előmérés	3	3
	Utómérés	27	11
Fordított arányosság	Előmérés	11	9
	Utómérés	29	13
Arányos osztás	Előmérés	0	0
	Utómérés	23	7
Százalékszámítás	Előmérés	3	6
	Utómérés	37	12

8. táblázat. Fejlődés a minimumkövetelményt meghaladó feladatok esetében

		Kísérleti csoport			Kontrollcsoport			Hatás-méret
		Átlag (%p)	Szórás (%p)	Relatív szórás (%)	Átlag (%p)	Szórás (%p)	Relatív szórás (%)	
9. feladat	Előmérés	50	34	68	49	36	73	0,58
	Utómérés	76	31	41	53	38	72	
10. feladat	Előmérés	9	8	89	15	36	140	1,07
	Utómérés	49	34	69	23	30	132	

A százalékszámítás kétszeri alkalmazását kívánó feladat (9. feladat) megoldottságát jellemző mutatók az előmérésben hasonlóak, mint az „alapfeladatoknál”, ami azt sejteti, hogy a tanórán a tanulók az ilyen feladatokkal ugyanúgy foglalkoztak, mint az alapfeladatokkal. A 10. feladat előmérésben való alacsony megoldottsága is jelzi a magasabb szintű szabályhasználat hiányát az arányos osztásnál.

Az elő- és utómérés eredményeinek összefüggése

Érdeemes megvizsgálni, hogy az arányosságszámítás készségének és részkészségeinek fejlettsége milyen összefüggést mutat a két mérés között. Az eredményből ugyanis következtethetünk arra, hogy a készségek fejlődése milyen mértékben determinisztikus. Azaz igaz-e, hogy a társainál rosszabbul teljesítő tanuló a fejlesztés után is gyengébb eredményeket fog elérni, mint azok, akik az első mérésben jobb eredményeket értek el nála. Az elő- és utómérés közötti korrelációkat a 9. táblázat foglalja össze. A részkészségek korrelációs együtthatói a kísérleti csoportban alacsonyak, csak két részkészség esetén mutatnak szignifikáns összefüggést. Ez arra utal, hogy a fejleszthetőség eredménye a kezdeti fejlettségi szint által alig determinált, a részkészségek gyermekenként más módon, különböző ütemben fejlődtek. Az összevont mutató – arányosságszámítás – estén is csak a gyenge (0,23) korreláció, ami azt mutatja, hogy a tanulók fejlettségi sorrendje jelentősen átrendeződött.

9. táblázat. Az elő- és utó mérés eredményei közötti korrelációs együtthatók

	Arány- számítás	Mérték- váltás	Egyenes arányos- ság	Fordított arányos- ság	Arányos osztás	Százalék- számítás	Arányos- ság- számítás
Kísérleti	-0,06	-0,02	0,34**	0,16	0,12	0,44**	0,23**
Kontroll	0,31**	0,14	0,32**	0,28**	0,35**	0,65**	0,52**

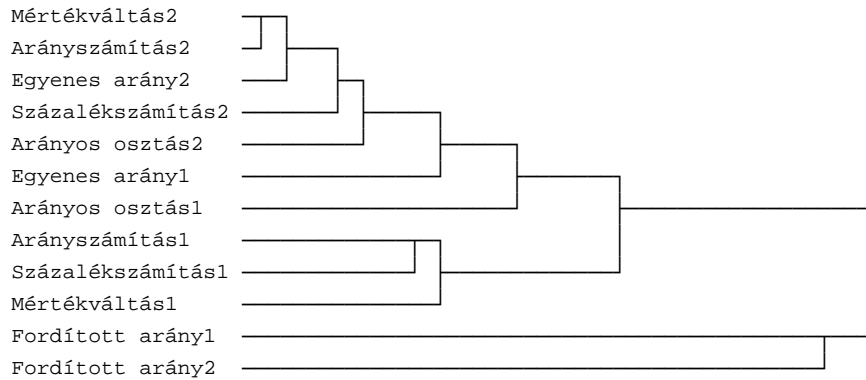
A *-gal jelölt összefüggések $p < 0,05$ szinten, a **-gal jelöltek $p < 0,01$ szinten szignifikánsak.

A kontrollcsoport esetében is viszonylag alacsonyak korrelációk, az arányosságszámítás elő- és utómérés közötti korrelációja ebben az esetben is csak közepes (0,52) erősségű, de szignifikánsan szorosabb, mint a kísérleti csoporté. Ez arra hívja fel a figyelmet, hogy a hagyományos oktatási módszerek alkalmazásakor is jelentős átrendezés következik be a tanulók fejlettségi sorrendjében.

A részkészségek szerveződése

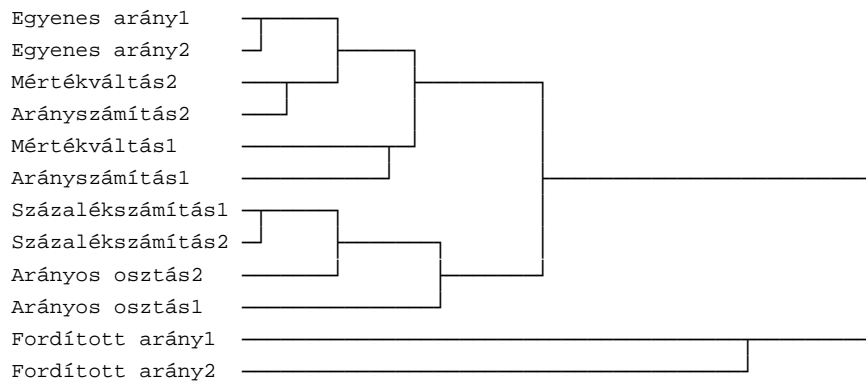
Az arányosságszámítás részkészségeinek szerveződését klaszteranalízis segítségével elemeztük, a 8. ábra a kísérleti csoport, a 9. ábra a kontrollcsoport dendrogramját mutatja.

Az arányosság számítási készség kritériumorientált fejlesztése 7. osztályban



8. ábra

A részkészségek fagráfja a kísérleti mintában (average linkage, between groups).
Az 1-es az előmérést, a 2-es az utómérést jelöli.



9. ábra

A részkészségek fagráfja a kontrollmintában (average linkage, between groups).
Az 1-es az előmérést, a 2-es az utómérést jelöli.

A kísérleti és a kontrollcsoport fagráfja erősen eltérő szerveződést mutat. A kísérleti csoportnál – a fordított arányosság kivételével – az utómérés komponensei kapcsolódnak össze elsőként. Ezt úgy értelmezzük, hogy a fejlesztés során a részkészségek egységes rendszerbe való szerveződése megkezdődött. Az utómérésben a kapcsolódási szint magasabb, mint az előmérésben.

A kontrollcsoport esetében a két mérésben az azonos részkészségek összekapcsolódása tapasztalható. Ez arra enged következtetni, hogy a spontán fejlődés során a részkészségek rendszerében nem következik be jelentős átszerveződés, a részkészségek

részben egymástól függetlenül, egymás mellett működnek. Ezt támasztják alá az arányosságszámítás részkészségeinek összefüggései is az utómérésben (10. táblázat). Az előmérésben a kísérleti- és a kontrollcsoport között, nem tapasztalható jelentős különbség az ugyanazon részkészségek közötti, illetve az összpontszám és a részkészségek közötti korrelációkban. Ezzel szemben az utómérésben a kísérleti csoportban egy kivétellel minden részkészség-pár korrelációi erősebbek, mint a kontrollcsoportban. Az arányos osztást kivéve a kísérleti csoportban valamennyi részkészség erősebben korrelál az összteljesítménnyel, mint a kontrollcsoportban. A fordított arányosság esetében alacsony kapcsolódási szint tapasztalható mindkét csoportnál, ami lehet a mérésben használt kevés feladatelemnek az eredménye, de tükrözheti azt a minden matematika tanár által ismert jelenséget is, hogy a tanulók lényegesen nehezebben ismerik fel a fordított arányosságot, mint például az egyenes arányosságot.

10. táblázat. Az arányosságszámítás részkészségeinek összefüggései az utómérésben (felső háromszög: kísérleti csoport; alsó háromszög: kontrollcsoport)

Korrelációk	ÖP	AS	ME	EA	FA	AO	SZ
ÖP Összpontszám	–	0,70	0,77	0,61	0,58	0,60	0,79
AS Arányszámítás	0,62	–	0,61	0,40	0,35	0,39	0,50
ME Mértékegység-váltás	0,71	0,45	–	0,40	0,36	0,54	0,60
EA Egyenes arányosság	0,39	0,29	0,11 ^{n.s.}	–	0,27	0,31	0,43
FA Fordított arányosság	0,51	0,13 ^{n.s.}	0,25	0,23	–	0,27	0,39
AO Arányos osztás	0,63	0,34	0,47	0,29	0,38	–	0,45
SZ Százalékszámítás	0,73	0,45	0,41	0,31	0,32	0,28	–

Az n.s.-sel jelölt összefüggések nem szignifikánsak.

A matematika énkép, a tanulók tanári megítélése és az arányosságszámítás fejlődésének kapcsolata a kísérleti csoport esetében

A tanulók matematika énképének, tanulási szokásainak, néhány háttérváltozónak a vizsgálatára az előmérés során kérdőívet alkalmaztunk. A háttérváltozók teljes hatásrendszerének bemutatását a tanulmány terjedelme nem teszi lehetővé, csak a matematika énkép és a tanári értékelő kérdőív teszteredményekkel való összefüggését mutatjuk be.

A matematikával kapcsolatos énkép vizsgálatára egy kilenc állításból álló kijelentéscsoportot hoztunk létre, ami négy negatív és öt pozitív állítást tartalmaz. A tanulók ötfokú Likert-skálán értékelték a kijelentéseket. Az állításokból a szokásos módon 0-100 skálát hoztunk létre (Józsa, 2002b, 2007), a skála reliabilitása 0,78. Ennek a matematika énkép elnevezésű változónak az eloszlása jól közelíti az ilyenkor szokásosan elvárt normális eloszlást.

A pedagógusok a fejlesztés végén három további tényezőt ötfokú skálán értékelték. Az eredményesség skáláján azt jelölték a kollégák, hogy a tanuló milyen arányban oldot-

ta meg helyesen a gyakorló feladatokat. A szorgalom ötfokú skáláján a gyakorlás és a megbeszélés során mutatott feladatvállalást és kitartást értékelték. A harmadik változó a feladatokkal, feladatmegoldással kapcsolatban mutatott érzelmi viszony értékelésére szolgált. A teszten elért eredmény és a matematika énkép között a fejlesztett mintára vonatkozóan mind az előmérés, mind az utómérés közepes erősségű összefüggést ad (11. táblázat). A fejlesztő feladatok megoldása során mutatott szorgalom tanári megítélése közepes erősségű összefüggést jelez a teljesítménnyel. A teszteredménynek legerősebb kapcsolata azzal van, hogy a tanár mennyire érezte eredményesnek a tanuló a fejlesztő feladatok megoldása során. Ez a változó már az előmérés eredményével is szoros összefüggésben áll, az utómérés idején a korreláció még nagyobb, ami azt jelzi, hogy a fejlesztés során eredményesebbnek ítélt tanulók a teszten is jobban teljesítettek. Az eredményesség megítélését nem tekinthetjük valódi háttérváltozónak, valójában ez azt mutatja, hogy a fejlesztés során tapasztalt eredményesség mennyire jelezte előre a készség fejlődését.

11. táblázat. Az arányosságszámítás korrelációja a matematika énképpel és a fejlesztési időszak tanári megítélésének mutatóival

Korrelációk	Énkép	Szorgalom	Eredményesség	Érzelmi viszony
Előmérés	0,41	0,32	0,63	0,41
Utómérés	0,33	0,44	0,73	0,48

Minden korreláció $p < 0,01$ szinten szignifikáns.

Regresszió-analízissel elemeztük, hogy az utómérés készségfejlettségi szintjét milyen mértékben határozzák meg ezek a tényezők és a kísérlet kezdetének fejlettségi szintje. A regressziós modell függő változója tehát az arányosságszámítás utómérésben mutatott teljesítménye, független változói pedig az előmérés arányosságszámítás-tesztjének eredménye, a matematika énkép, továbbá a feladatokhoz való érzelmi viszony és szorgalom tanári megítélésének mutatója. A matematika énkép és a tanulók fejlesztéshez való érzelmi viszonya a gyermekek tanulási motivációjáról ad információt. A 12. táblázat csak a modell szignifikáns hatású változóit tünteti fel. Az arányosságszámítás kísérlet utáni fejlettségének egyéni különbségeit csupán 5%-ban magyarázza a kezdeti fejlettségi szint. A kísérleti beavatkozás tehát jelentősen befolyásolta a fejlődés egyéni ütemét (vö. 10. táblázat). A feladatokhoz való érzelmi viszony tanári megítélése és a matematika énkép körülbelül a variancia egy-egy tizedét magyarázza. A szorgalom tanári megítélésének nincs szignifikáns magyarázó ereje, ennek hatását valószínűleg felöleli a másik két változó.

Az elemzés azt mutatja, hogy a tanulási motivációnak jelentős szerepe van az arányosságszámítási készség fejlődésében. A regressziós modell szerint a tanulási motiváció nagyobb mértékben meghatározza a fejlődést, mint a kezdeti fejlettségi szint. Emellett figyelemmel kell lennünk arra a tényre is, hogy a regresszió-analízis az egyéni különbségeknek csak 25%-át magyarázza meg, a variancia háromnegyed részét további tényezők alakítják.

12. táblázat. Az arányosság számítás fejlettségének kapcsolata az induló fejlettséggel, a matematika énképpel és a fejlesztési időszak tanári megítélésének mutatóival a kísérleti mintában

Függő változó: az arányosság számítás fejlettsége a fejlesztés után	
Független változók	hatás (rβ%)
A feladatokhoz való érzelmi viszony tanári megítélése	10,3
Matematika énkép	10,0
Az arányosság számítás fejlettsége a fejlesztés előtt	4,8
Összes ismert, szignifikáns hatás	25,1

A modellben szereplő, nem szignifikáns hatású változó: a szorgalom tanári mutatója.

Összegzés

Az arányosság számítás a legfontosabb matematikai készségek közé tartozik. Elsajátítása a matematika számos területének megértéséhez elengedhetetlen. Alkalmazására emellett más tantárgyak is építenek, tudásunk fejlődésének gyakran szükséges előfeltétele, a mindennapi életben számtalanszor alkalmazzuk. Ez okból e készség begyakorlása, optimális elsajátítása minden tanuló esetében célként jelölhető meg.

A matematika tantervi előírások alapján az arányosság számítás részkészségeit hetedik osztályos korukig kellene elsajátítaniuk a tanulóknak. Ebben az időszakban a matematika mellett más tantárgyakban (pl. kémiában, fizikában) is előkerült az arányosság számítás alkalmazása. Ennek ellenére a tanulók jelentős hányadánál a készség nem gyakorlódik be, nem tudják azt megfelelően alkalmazni. Ebből a problémából kiindulva egy nyolchetes fejlesztő programot valósítottunk meg. A kontrollcsoportos kísérletben hetedikos tanulók vettek részt, a kísérleti csoportban 209, a kontrollban 129 tanuló volt. Tanulmányunkban e kísérletünk eredményeiről számoltunk be.

A kísérleti időszakban a kontrollcsoport tanulói a tantervi ajánlások alapján foglalkoztak az arányosság számítással. A kísérleti csoport tanulói a normál tananyagon túl fejlesztő feladatokat oldottak meg. A kísérlet előmérésének eredményei alapján három fejlettségi szintbe soroltuk a tanulókat, a feladatokat a fejlettségi szintjükhez igazítottuk. Az előmérés adataira a fejlesztés során mint diagnosztikus képre alapoztunk. Különös figyelmet fordítottunk a tanulási motívumok aktivizálására.

A kontrollcsoport normál tanterv szerint haladó tanulói átlagosan nyolc %p-ot fejlődtek a kísérleti időszak alatt. Ezzel szemben a kísérleti csoportnál az arányosság számítás átlagosan 29%p-ot fejlődött. A fejlesztés hatásmérete 0,48.

Az arányosság számítás optimális elsajátításának kritériumát elméleti megfontolások alapján 90%p-ban határoztuk meg. Az előmérés idején sem a kísérleti, sem a kontrollcsoportban nem volt optimumot elérő tanuló. Az utómérésnél a fejlesztett csoportban a tanulók harmada, a kontrollcsoportban pedig tizede érte el az optimális fejlettségi szintet.

Ez a különbség jelentős, az eredmények ugyanakkor azt is megmutatják, hogy az optimális begyakorlottság eléréséhez ennél hosszabb fejlesztési periódusra van szükség, hiszen a kísérleti csoport tanulóinak kétharmada nem jutott még el a készség optimális begyakorlottságának szintjéig.

A kontrollcsoport tanulóinál az előzetes fejlettség nagyobb mértékben meghatározza a későbbi fejlettséget, mint a fejlesztésben résztvevő tanulóknál. Ez a tény azt jelzi, hogy a fejlődés, fejleszthetőség mértéke nem determinált, megfelelő módszerekkel, motivációval a tanulók arányosság-számítási készsége fejleszthető. Jelentős eredménynek tekintjük, hogy a fejlesztés hatására a részkészségek összefüggés-rendszere, strukturáltsága megerősödött.

A kísérlet viszonylag rövid ideig tartott. Eredményességének fontos jelzője, hogy hatása mennyire tartós. Vajon a tanulóknál a későbbiekben is kimutatható-e a fejlesztő program által adott többlet? Ez adhat választ arra a kérdésre is, hogy az optimális elsajátítás általunk választott kritériuma megbízhatóan jelzi-e a fejlettség optimális szintjének elérését. Igaz-e az, hogy a mérés alapján optimum szintet elért tanulóknál az arányosság-számítás begyakorlódott, stabil, tartós készséggé vált? E kérdés vizsgálatának céljából a tanulók további fejlődését nyomon követjük. Az eredményekről egy újabb tanulmány keretei között fogunk beszámolni.

Köszönetnyilvánítás

A kutatás az OTKA K68798 támogatásával valósult meg, a tanulmány az *MTA-SZTE Képességkutató Csoport* keretében készült, felhasználtuk az *SZTE Oktatásméleti Kutatócsoport* infrastruktúráját. A tanulmány megírása alatt *Józsa Krisztián Bolyai János Kutatási Ösztöndíjban* részesült. Köszönjük a kísérletben közreműködő kollégák és tanulók munkáját.

Irodalom

- Ben-Chaim, D., Fey, J., Fitzgerald, W., Benedetto, C. és Miller, J. (1997): Development of proportional reasoning in a problem-based middle school curriculum. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association (Chicago, IL, April, 1997).
- Clark, M. R., Berenson, S. B. és Cavey, L. O. (2003): A comparison of ratios and fractions and their roles as tools in proportional reasoning. *Journal of Mathematical Behavior*, 22. sz. 297–317.
- Csapó Benő (1998): Az iskolai tudás vizsgálatának elméleti keretei és módszerei. In: Csapó Benő (szerk.): *Az iskolai tudás*. Osiris Kiadó, Budapest. 11–37.
- Davis, G. E. (2003): Teaching and classroom experiments dealing with fractions and proportional reasoning. *Journal of Mathematical Behavior*, 22. sz. 107–111.
- Fazekasné Fenyvesi Margit (2000): A beszédhanghallás kritériumorientált fejlesztése. *Új Pedagógiai Szemle*, 50. 7–8. sz. 279–284.
- Fujimura, N. (2001): Facilitating children's proportional reasoning: a model of reasoning processes and effects of intervention on strategy change. *Journal of Educational Psychology*, 93. 3. sz. 589–603.
- Goswami, U. (1989): Relational complexity and the development of analogical reasoning. *Cognitive Development*, 4. sz. 252–268.

- Hunting, R. P. (2003): Part-whole number knowledge in preschool children. *Journal of Mathematical Behavior*, 22. sz. 217–235.
- Inhelder, B. és Piaget, J. (1967): *A gyermek logikájától az ifjú logikájáig. A formális műveleti struktúrák kialakulása*. Akadémiai Kiadó, Budapest.
- Józsa Krisztián (2000): A számlálási készség kritériumorientált fejlesztése. *Új Pedagógiai Szemle*, 50. 7–8. sz. 270–278.
- Józsa Krisztián (2001): Az elsajátítási motiváció és a kognitív kompetencia fejlesztése. In: Csapó Benő és Vidákovich Tibor (szerk.): *Neveléstudomány az ezredfordulón*. Tankönyvkiadó, Budapest, 162–174.
- Józsa Krisztián (2002a): Az elsajátítási motiváció pedagógiai jelentősége. *Magyar Pedagógia*, 102. 1. sz. 79–104.
- Józsa Krisztián (2002b): Tanulási motiváció és humán műveltség. In: Csapó Benő (szerk.): *Az iskolai műveltség*, Osiris Kiadó, Budapest. 239–268.
- Józsa Krisztián (2005): Szövegfeldolgozó képességfejlesztés. V. Országos Neveléstudományi Konferencia, Tartalmi összefoglalók, 296–301.
- Józsa Krisztián (2006, szerk.): *Az olvasási képesség fejlődése és fejlesztése*. Dinasztia Tankönyvkiadó, Budapest.
- Józsa Krisztián (2007): *Az elsajátítási motiváció*. Műszaki Kiadó, Budapest.
- Józsa Krisztián és Zentai Gabriella (2007): Hátrányos helyzetű óvodás gyermekek DIFER Programcsomagra alapozott játékos fejlesztése. *Új Pedagógiai Szemle*, 5. sz. 3–17.
- Misailidou, C és Williams, J. (2003): Diagnostic assessment of children's proportional reasoning. *Journal of Mathematical Behavior*, 22. sz. 335–368.
- Nabors, W. K. (2003): From fractions to proportional reasoning: a cognitive schemes of operation approach. *Journal of Mathematical Behavior*, 22. sz. 133–179.
- Nagy József (2000a): *XXI. század és nevelés*. Osiris Kiadó, Budapest.
- Nagy József (2000b): A kritikus kognitív készségek és képességek kritériumorientált fejlesztése. *Új Pedagógiai Szemle*, 50. 7–8. sz. 255–269.
- Nagy József (2003a): A rendszerező képesség fejlődésének kritériumorientált feltárása. *Magyar Pedagógia*, 103. 3. sz. 269–312.
- Nagy József (2003b): Az eredményesebb képességfejlesztés feltételeiről és lehetőségeiről. *Iskolakultúra*, 8. sz. 40–52.
- Nagy József (2004): Az elemi kombinatív képesség kialakulásának kritériumorientált diagnosztikus feltárása. *Iskolakultúra*, 14. 8. sz. 3–20.
- Nagy József (2006): A szóolvasó készség fejlődésének kritériumorientált diagnosztikus feltérképezése. In: Józsa Krisztián (szerk.): *Az olvasási képesség fejlődése és fejlesztése*. Dinasztia Tankönyvkiadó, Budapest. 91–106.
- Nagy József (2007, szerk.): *Kompetencia alapú kritériumorientált pedagógia*. Mozaik Kiadó, Szeged. Nagy József, Józsa Krisztián, Vidákovich Tibor és Fazekasné Fenyvesi Margit (2002): *Az alapkészségek fejlődése 4–8 éves életkorban*. OKÉV, KÁOKSZI, Budapest.
- Nagy József, Józsa Krisztián, Vidákovich Tibor és Fazekasné Fenyvesi Margit (2004a): *DIFER Programcsomag: Diagnosztikus fejlődésvizsgáló és kritériumorientált fejlesztő rendszer 4–8 évesek számára*. Mozaik Kiadó, Szeged.
- Nagy József, Józsa Krisztián, Vidákovich Tibor és Fazekasné Fenyvesi Margit (2004b): *Az elemi alapkészségek fejlődése 4–8 éves életkorban*. Mozaik Kiadó, Szeged.
- Nemzeti Alaptanterv* (1995). Művelődési és Közoktatási Minisztérium, Budapest.
- Pap-Szigeti Róbert (2007): Kritériumorientált fejlesztés SZÖVEGFER csomaggal: eredmények. In: Nagy József (szerk.): *Kompetenciaalapú kritériumorientált pedagógia*. Mozaik Kiadó, Szeged. 334–346.

- Pap-Szigeti Róbert, Zentai Gabriella és Józsa Krisztián (2006): A szövegfeldolgozó képességfejlesztés módszerei. In: Józsa Krisztián (szerk.): *Az olvasási képesség fejlődése és fejlesztése*. Dinasztia Tankönyvkiadó, Budapest. 235–258.
- Sain Márton (1986): *Nincs királyi út! Matematikatörténet*. Gondolat Kiadó, Budapest.
- Singer-Freeman, K. E. és Goswami, U. (2001): Does half a pizza equal half a box of chocolates? Proportional matching in an analogy task. *Cognitive Development*, 16. sz. 811–829.

ABSTRACT

JÓZSEF VARGA, KRISZTIÁN JÓZSA AND RÓBERT PAP-SZIGETI: THE CRITERION REFERENCED DEVELOPMENT OF THE SKILL OF PROPORTION CALCULATION IN GRADE 7

Research has clearly shown that the basic skills and abilities of Hungarian students are not at appropriate developmental levels. The less than proficient operation of these basic skills and abilities hinders knowledge acquisition. Helping the development of abilities with criterion-referenced methods may address these problems. This study presents the results of an experiment aiming for the criterion-referenced development of one of the basic skills, proportion calculation. The sample comprised of N=209 students in the experimental group and N=129 in the control group, all from grade 7. The intervention lasted for 8 weeks, during which the control groups followed the regular curriculum concerning proportion calculation, while the experimental group was also exposed to additional developmental tasks. Based on pre-test results, students were assigned to three performance categories and the tasks were selected to suit their developmental levels. Special attention was paid to activating academic motives. Students in the control group showed an 8 percentage point average gain during the intervention period, while those in the experimental group gained 29 percentage points. The effect size of the experiment is 0.48. Theoretical considerations point to a performance of 90 percentage points as the criterion of the optimal acquisition of the skill of proportion calculation. At the time of the pre-test, neither the experimental, nor the control group demonstrated this proficiency. On the post-test, one-third of the students from the experimental group and one-tenth from the control group were found to have reached this optimal developmental level. In the control group, prior knowledge was determining later development to a greater extent than in the experimental group. As a result of the intervention, the system of sub-skills, the structure of the skill as a whole became more pronounced.

Magyar Pedagógia, 107. Number 1. 5–27. (2007)

Levelezési cím / Address for correspondence:

Varga József, Bányai Júlia Gimnázium, H–6000 Kecskemét, H–6000 Kecskemét Nyíri út 11.
Józsa Krisztián, Szegedi Tudományegyetem, Neveléstudományi Intézet, H–6722 Szeged,
Petőfi S. sgt. 30-34.
Pap-Szigeti Róbert, Kecskeméti Főiskola, GAMF Kar, Informatika Tanszék, H–6000
Kecskemét, Izsáki út 10.